

ΑΠΑΝΤΗΣΕΙΣ ΣΤΑ ΘΕΜΑΤΑ ΔΙΑΓΩΝΙΣΜΟΥ

ΠΑΡΑΡΤΗΜΑΤΟΣ ΚΕΝΤΡΙΚΗΣ ΜΑΚΕΔΟΝΙΑΣ ΤΗΣ Ε.Μ.Ε.

ΓΙΑ ΜΑΘΗΤΕΣ **ΣΤ΄ ΤΑΞΗΣ** ΔΗΜΟΤΙΚΟΥ, Σάββατο, 8 Ιουνίου 2013

ΠΡΟΒΛΗΜΑ 1^ο

1^ο ερώτημα: Υπάρχουν 6 διαφορετικοί τρόποι. Αυτοί είναι οι:

1·1·40, 1·2·20, 1·4·10, 1·5·8, 2·2·10, 2·4·5.

2^ο ερώτημα: Οι 6 διαφορετικοί τρόποι αθροίσματος είναι οι:

1+1+1+1+1, 1+1+1+2, 1+2+2, 1+1+3, 1+4, 2+3.

3^ο ερώτημα: Επειδή $10 = 5 + 5$ και ο 5 γράφεται ως άθροισμα με περισσότερους από 6 διαφορετικούς τρόπους, σημαίνει ότι ο 10 γράφεται ως άθροισμα ακεραίων με τουλάχιστον 12 διαφορετικούς τρόπους. Επίσης, $10 = 6 + 4$. Επειδή ο 6 γράφεται ως άθροισμα με περισσότερους τρόπους από τον 5, σημαίνει ότι έχουμε και άλλους 6 τουλάχιστον τρόπους. Επίσης, $10 = 8 + 2$. Όμως, ο 8 γράφεται ως άθροισμα με περισσότερους από 6 τρόπους. Το ίδιο συμβαίνει και με τον 9. Τελικά, έχουμε πολύ περισσότερους από $5 \times 6 = 30$ τρόπους γραφής του αριθμού 10 ως άθροισμα ακεραίων.

ΠΡΟΒΛΗΜΑ 2^ο

1^ο ερώτημα: Αριθμοί από το 1 έως το 100 με άθροισμα ψηφίων 10 είναι οι 19, 28, 37, 46, 55, 64, 73, 82, 91. Επειδή, γνωρίζουμε ότι στη μηχανή ρίξαμε αριθμό περιττό, τότε η απάντηση είναι ένας από τους αριθμούς **19, 37, 55, 73, 91**.

2^ο ερώτημα: Ο μικρότερος τέτοιος αριθμός θα έχει στο ψηφίο των μονάδων το 9 και 13 μηδενικά, δηλαδή είναι ο **10000000000009**.

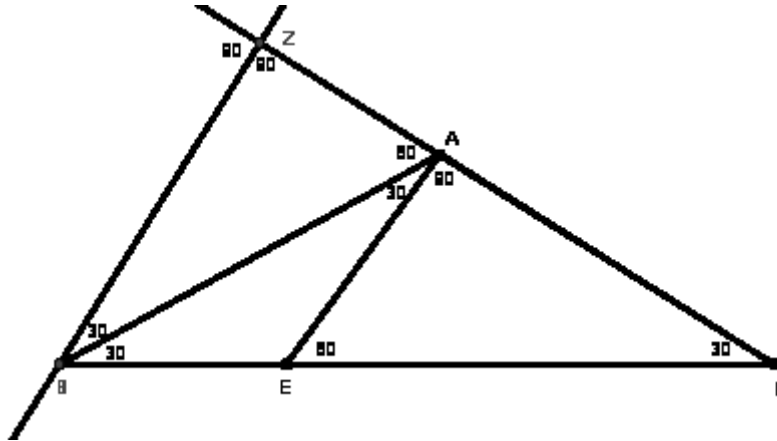
1^ο ερώτημα: Γνωρίζουμε ότι κάθε αριθμός που διαιρείται με το 3 έχει άθροισμα ψηφίων αριθμό που διαιρείται με το 3. Όμως, ο αριθμός 20 δεν διαιρείται με το 3. Άρα, **δεν υπάρχει** τέτοιος αριθμός που ζητάει το πρόβλημα.

ΠΡΟΒΛΗΜΑ 3^ο

Επειδή το μικρό μαύρο τετράγωνο έχει πλευρά 3 μ., την ίδια πλευρά έχουν και τα υπόλοιπα τρία τετράγωνα δεξιά και κάτω από αυτό. Άρα, το δεξί γωνιακό τετράγωνο του σχήματος έχει πλευρά 6 μ. Τα δύο τετράγωνα που βρίσκονται κάτω από το τετράγωνο αυτό είναι ίσα και έχουν κι αυτά πλευρά 6 μ. Άρα, το μεγάλο τετράγωνο που αποτελείται από τα 9 μικρότερα τετράγωνα θα έχει μήκος πλευράς $3 \times 6 = 18$ μ. Το εμβαδόν του τετραγώνου αυτού είναι $18 \times 18 = \mathbf{324 \text{ τ.μ.}}$

ΠΡΟΒΛΗΜΑ 4°

Επειδή γωνία $ΒΑΓ = 120^\circ$ και το τρίγωνο είναι ισοσκελές, σημαίνει ότι οι άλλες δύο γωνίες του έχουν άνοιγμα 30° . Επειδή η γωνία $ΕΑΓ = 90^\circ$, σημαίνει ότι γωνία $ΕΑΒ = 120^\circ - 90^\circ = 30^\circ$. Το τρίγωνο $ΒΑΕ$ έχει δύο γωνίες ίσες με 30° , άρα είναι ισοσκελές.



Επειδή γωνία $ΒΑΓ = 120^\circ$, σημαίνει ότι γωνία $ΒΑΖ = 180^\circ - 120^\circ = 60^\circ$. Όμως, γωνία $ΒΖΑ = 90^\circ$. Άρα, γωνία $ΖΒΑ = 30^\circ$, επειδή το άθροισμα των γωνιών σε κάθε τρίγωνο, άρα και στο $ΒΖΑ$ ισούται με 180° . Αφού, λοιπόν, γωνία $ΖΒΑ = 30^\circ =$ γωνία $ΑΒΕ$, σημαίνει ότι η $ΒΑ$ είναι διχοτόμος της γωνίας $ΖΒΓ$.

ΠΡΟΒΛΗΜΑ 5°

Πρέπει να προσέξουμε τους περιορισμούς που έχει το πρόβλημα. Αφού το κλάσμα είναι ανάγωγο σημαίνει ότι ο παρονομαστής δεν πρέπει να διαιρείται με το 3 που είναι ο αριθμητής του. Επίσης, ο παρονομαστής είναι αριθμός άρτιος που σημαίνει ότι τελειώνει σε 0, 2, 4, 6, 8. Όμως, επειδή το ψηφίο των μονάδων είναι μεγαλύτερο από αυτό των εκατοντάδων που κι αυτό πρέπει να είναι άρτιος αριθμός, πρέπει να αποκλείσουμε από το ψηφίο των μονάδων τους αριθμούς 0 και 2. Μένουν τα ψηφία 4, 6, 8. Μόνο οι αριθμοί 256 και 458 ταιριάζουν με τα ζητούμενα. Άρα, πράγματι, υπάρχουν μόνο δύο τέτοια κλάσματα.

ΠΡΟΒΛΗΜΑ 6°

Ο χωρισμός του αρχικού κύβου σε 27 ίσους μικρότερους κύβους μπορεί να γίνει αν τον κόψουμε σε 3 στρώματα ίσου πάχους και κάθε στρώμα το κόψουμε πάλι σε 9 μικρότερους κύβους. Άρα, ο κάθε μικρός κύβος θα έχει πλευρά $6:3 = 2$ μ. Ένας τέτοιος μικρός κύβος αποτελείται από 6 τετραγωνικές έδρες που η κάθε μία έχει εμβαδόν $2 \times 2 = 4$ τ.μ. Συνολικά, κάθε μικρός κύβος έχει εμβαδόν $6 \times 4 = 24$ τ.μ. Όλοι οι μικροί κύβοι έχουν εμβαδόν $24 \times 27 = 648$ τ.μ.

Ο αρχικός κύβος, επειδή είχε πλευρά 6 μ. θα έχει εμβαδόν σε κάθε τετραγωνική του έδρα $6 \times 6 = 36$ τ.μ. και συνολικό εμβαδόν $36 \times 6 = 216$ τ.μ. Επειδή για να βαφεί χρειάζονται 21600 γραμμάρια χρώματος, σημαίνει ότι για κάθε τ.μ. απαιτούνται 100 γραμμάρια χρώματος. Δηλαδή για τους 27 μικρούς κύβους απαιτούνται $648 \times 100 = 64800$ γραμμάρια χρώματος.